

# CÂY CẦU DECART

TS. NGUYỄN TRỌNG

Tất cả chúng ta đều mong muốn hiểu về kỳ tích của GS. Ngô Bảo Châu mà mọi thông tin đều mô tả đại khái là anh đã thiết lập **cây cầu** nối 2 vùng toán học lớn của thế kỷ 21. Có người nói đó là nối **hình học** với **đại số**, có người nói đó là nối **số học** với **giải tích**, có người nói đó là nối **lý thuyết nhóm** với **lý thuyết số!** Hiểu bản chất **cây cầu** Ngô Bảo Châu và những vùng toán học mà cây cầu đó kết nối là điều mà hiện nay là không thể đối với mọi người, điều mà hiện chỉ rất rất ít nhà toán học trên thế giới hiểu được mà thôi.

Ngay Giáo sư Jean-Pierre Bourguignon, Giám đốc Viện nghiên cứu khoa học cao cấp Bures-sur-Yvette khi trả lời phỏng vấn tờ Liberation, cũng nói rằng: **"nghiên cứu của Ngô Bảo Châu là một công việc có liên quan đến cốt lõi sâu sắc nhất của toán học và là thứ mà chúng ta có thể không hiểu được!"**

Chẳng lẽ đành mãi chiêm ngưỡng một kiệt tác trong đêm đen?

Rất may là lịch sử đã cho chúng ta biết một **cây cầu** nối **hình học** với **đại số** mà hầu như ai cũng được học khá sớm và khá kỹ. Nhờ nó, le lói chút ánh sáng để ta có thể mừng tượng chút ít về **cây cầu** Ngô Bảo Châu.

Muôn vật, kể cả loài người, từ khi xuất hiện cho đến nay vẫn tồn tại trong khoảng không gian bao quanh ta mà ta cảm nhận được nó thật thân thiết và nhẹ nhàng. Không gian ấy được gọi là không gian Euclid vì nhà toán học cổ đại Hy Lạp Euclid (330 – 275 trước Công Nguyên) là người đã đặt nền móng cho môn hình học nghiên cứu về cái không gian mà muôn vật tồn tại trong nó. Ngày nay, những nghiên cứu ấy được gọi là hình học trong không gian Euclid hay gọi tắt là hình học Euclid. Hình học Euclid được học trong trường phổ thông từ cấp II với những đường thẳng, đường song song, hình vuông, hình tam giác, hình tròn, v.v...

Trong quá trình tiến hóa, con người dần biết định lượng vật chất bằng sự đo đếm. Từ đó, những con số xuất hiện giúp con người xây nên khái niệm về sự định lượng. Nhánh toán học nghiên cứu về những mối quan hệ định lượng (đo, đếm), hay nói đúng hơn là mối quan hệ giữa các con số tạo thành môn đại số, mà ngày nay thường gọi là đại số sơ cấp (hay đại số trên trường số thực). Đại số sơ cấp cũng được dạy trong trường phổ thông từ cấp II. Một phần của đại số sơ cấp dạy từ cấp I, đó là những phép tính cộng, trừ, nhân, chia mà ai cũng biết, thường gọi là số học.

Lịch sử nhân loại trong nhiều ngàn năm đã dần phát triển 2 vùng toán học lớn. Một là hình học Euclid và hai là đại số trên trường số thực (ta sẽ gọi tắt là hình học và đại số như



Hình minh họa của VTV trong chương trình trưa 19/8/2010 khi GS. Ngô Bảo Châu nhận giải thưởng Fields.

cách gọi trong bậc học phổ thông). Việc loài người chỉ biết hình học và đại số riêng rẽ như vậy cũng là đủ để ông cha ta tính toán để xây đê, đắp đập, để làm ra được Kim Tự Tháp, máy bắn đá, lập được lịch, v.v... Tuy nhiên, nếu hình học và đại số đứng riêng rẽ, độc lập như vậy mãi thì con người không thể làm được tháp Eiffel, xe hơi, máy bay, máy tính điện tử, các tòa nhà cao tầng và hầu như mọi thứ mà con người hiện đại đang sử dụng, đang tiếp tục sáng tạo. Con người đã làm ra biết bao nhiêu thứ, từ nhà cửa, cầu cống, đường xá đến các loại máy móc, ô tô, tàu biển, máy bay, tên lửa v.v... con người còn tính được mọi đường đi nước bước của các dòng sông, của bão tố, của các vì sao, v.v...

Những thành tựu đó có được chỉ khi con người kết nối được hình học với đại số.

Tại sao lại nói vậy?

Giờ đây thì hầu như ai cũng biết rằng để xây nên một tòa nhà cao tầng thì các kỹ sư phải thực hiện một núi các bản vẽ và máy tính phải giải hàng vạn các phương trình, hoặc ai cũng biết rằng để có thể vạch nên đường



*Giáo sư Ngô Bảo Châu nhận giải thưởng Fields từ Tổng thống Ấn Độ Pratibha Patil tại lễ khai mạc Đại hội Toán học thế giới ở Hyderabad, Ấn Độ trưa ngày 19/8/2010. (Ảnh: AFP/TTXVN)*

đi của một cơn bão thì máy tính phải giải hàng ngàn các phương trình vô cùng phức tạp. Những tòa nhà cao tầng, những cơn bão gọi chung là những “vật thể không gian (VTKG)”. Để làm chủ những VTKG (xây nên tòa nhà cao tầng, đoán diễn biến cơn bão,...) hết sức đa dạng được hình thành và vận động trong không gian Euclid mà ta đang sống thì con người cần một **cây cầu** nối hình học (trong không gian Euclid) với đại số (trên trường số thực). Các VTKG mà bản chất là các đối tượng hình học trong không gian Euclid, được biến thành các đại lượng trong các phương trình (phương trình đại số, phương trình vi tích phân, v.v...). Công việc của hàng triệu các nhà khoa học (chủ yếu là các nhà vật lý, các nhà kỹ thuật) trong nhiều trăm năm qua là tìm ra các phương trình tương ứng mô tả từng VTKG kể cả ở trạng thái tĩnh và trạng thái vận động. Các phương trình này gọi là các mô hình toán học mô tả hành vi của các VTKG. Còn hàng triệu các nhà toán học thì ra sức tìm tòi và phát triển các công cụ của đại số mà phần cơ bản nhất thường gọi là

toán giải tích, bộ môn toán học tập trung nghiên cứu các loại phương trình. Những nghiên cứu này nhằm giải các phương trình mô phỏng các VTKG đó, dựng nên các kiểu hình ảnh về các VTKG, tức các đối tượng hình học trong không gian Euclid. Nhờ đó, con người làm chủ được mọi loại đối tượng này với cả sự vận động thiên hình vạn trạng của chúng.

*Ai đã xây nên **cây cầu** vĩ đại kết nối **hình học** với **đại số** để ngày nay nhân loại đang phát triển nhờ nó?*

Người xây nên **cây cầu** đó là nhà toán học và triết học người Pháp Rene Decartes (31/03/1596 - 11/02/1650). Bằng khái niệm **hệ tọa độ** (gọi là hệ tọa độ Decart) với 3 trục vuông góc với nhau, ông đã biến mỗi điểm trong không gian Euclid thành một chùm 3 con số theo các trục tọa độ mà ngày nay mọi học sinh cấp III đều rất quen thuộc với khái niệm đồ thị. Từ đó, các bài toán với các đối tượng thuộc hình học biến thành các bài toán đại số, chủ yếu là các phương trình. Có thể nói rằng không một sáng tạo kỹ thuật nào ngày nay lại không phải

đi qua **cây cầu** vĩ đại Decart này. Tất cả học sinh trung học và sinh viên các ngành khoa học tự nhiên, khoa học kỹ thuật đều thân nhiên học các môn: từ hình học giải tích, hình học họa hình, đến cơ học kết cấu, cơ học chất lỏng, ... rồi các phần mềm GIS, AUTOCAD, v.v... Nhưng chẳng mấy ai biết rằng tất cả đều kiến tạo trên **cây cầu Decart**, một kết quả *toán học – triết học* cực kỳ quan trọng của loài người, được phát minh vào thế kỷ 17.

Khái niệm **hình học** từ thời Euclid (và cả những vị tiền bối của Euclid) không thay đổi đến tận thế kỷ 19 mới xuất hiện những loại hình học khác. Một loại hình học khác lạ với hình học Euclid hay được nói đến là hình học Lobasevski (1792 – 1856), một nhà toán học Nga. Từ đó đến nay, khái niệm hình học đã vượt ra ngoài sự cảm nhận của người thường, thậm chí của đại đa số các nhà toán học.

Đại số cũng vậy, khái niệm **đại số** cũng đã vượt xa sự cảm nhận về các con số như bản chất của đại số sơ cấp từ thế kỷ 17 trở về trước. Một loại đại số hay được nói đến gắn với tên tuổi Galoa (1811 – 1832), một thiên tài toán học Pháp.

Hình học và đại số của thế kỷ 21 thì chỉ rất ít nhà toán học trên thế giới hiểu được chúng là gì. Có thể vài trăm năm sau, chúng sẽ trở nên dễ cảm nhận như với hình học Euclid và đại số sơ cấp mà nay ai cũng biết. Thế nhưng nhiều ngàn năm trước, chỉ các bậc trí giả, những nhà hiền triết mới biết chúng là gì. Rồi một sự kiện trọng đại, xuyên suốt mọi thành tựu kỹ thuật của loài người đã xảy ra ở thế kỷ 17 khi Decart nối được hình học với đại số.

Có thể vào những thế kỷ 22, 23 và xa hơn nữa, nhân loại sẽ phát triển nhờ **cây cầu** mà GS. Ngô Bảo Châu của Việt Nam đã tạo dựng hôm nay, giống như nhân loại đã và vẫn đang hàng ngày, hàng giờ đi trên **cây cầu** Decart được xây vào thế kỷ 17. □